

**Aplicaciones de la calculadora TI 92 en la solución de algunos problemas para los
cursos de ciencias.**

Some applications for the TI 92 calculator solving problems in science courses

Luz M. Moya , Fernando Novoa

Facultad de Ciencias, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia
e-mail: luz.moya@javeriana.edu.co ; fernando.novoa@javeriana.edu.co

Resumen

Se da a conocer un programa para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, que se pueden presentar en un curso de ciencias. Con este programa el estudiante tendrá una herramienta computacional que le permite hallar fácilmente la solución de un problema o situación dada, una vez lo haya modelado por medio de una ecuación diferencial, la cual él debe clasificar según los tipos de ecuaciones estudiados.

Palabras claves: Ecuación diferencial, calculadora programable, curso de ciencias.

Abstract

A program for computing the solution of a first order ordinary differential equation is presented. With this program, the student will have a computational tool for solving this kind of equations, once he (she) identify the type of the equation to be solved.

Key words: Differential equation, programming calculator, course of science.

Introducción

Las calculadoras programables (CP) han mostrado ser una herramienta útil en los cursos de ciencias naturales como física, química y biología entre otros (Maiboroda, Maksimova, and Orlik, 1988). Estas CP permiten a los estudiantes adquirir y desarrollar habilidades computacionales, las cuales facilitan la comprensión y

asimilación de conceptos, necesarios en el proceso docente (Texas Instruments, 1998; Formación de docentes, 2002).

El programa EDOPO realizado para la calculadora TI92 plus, el cual también funciona para otras calculadoras TI, está diseñado para ser utilizado en un curso introductorio de ecuaciones diferenciales ordinarias. La idea fundamental de este programa es servir de ayuda docente tanto al profesor como al estudiante.

La solución de una ecuación diferencial por sí sola en general, puede no ser muy significativa a no ser que ésta se relacione con un problema o situación que se nos presente. La dificultad en la solución del problema radica en entender y hallar un modelo que refleje la situación considerada y en nuestro caso, dicho modelo se expresa por medio de una ecuación o sistema de ecuaciones con ciertas restricciones. Una vez que tenemos la ecuación o ecuaciones en términos de ciertas variables (independientes y dependientes) y sus derivadas, hallar la solución en muchos casos es muy sencillo. En términos prácticos, podemos utilizar alguno de los muchos sistemas computacionales disponibles en el mercado que nos solucionan ecuaciones diferenciales, por ejemplo, Maple, Matlab, Matemática, Derive, MuPAD, Maxima etc. Sin embargo, en nuestros salones de clase usualmente no contamos con ninguno de ellos, pero sí con calculadoras programables que nos brindan su apoyo en nuestra labor docente.

De nuevo, para hallar la solución de la ecuación diferencial que modela nuestro problema con la calculadora, podemos bajar de Internet algunos programas para las calculadoras TI que junto con las funciones propias de la calculadora hacen lo mismo que los sistemas computacionales antes mencionados.

Sin embargo, hallando la solución en esta forma, podemos estar recortando el proceso formativo del estudiante al negarle la oportunidad de desarrollar la habilidad de identificar y clasificar estas ecuaciones. Este proceso de identificación y clasificación es el que en definitiva le servirá como ayuda en el análisis de posteriores situaciones similares, identificando patrones, hallando conexiones entre diversos temas y finalmente evitando repeticiones innecesarias de procesos mecánicos. Tal vez por eso, la clasificación de ecuaciones (diferenciales o no) siempre ha ocupado un espacio principal en el estudio de las matemáticas.

Nuestro programa pretende servir como ayuda computacional para el cálculo de la solución de la ecuación diferencial una vez ha sido clasificada por el estudiante. Aun cuando inicialmente el programa fue realizado pensando en los cursos de Ecuaciones Diferenciales para ingeniería esto no es una limitación para usarlo en cursos de

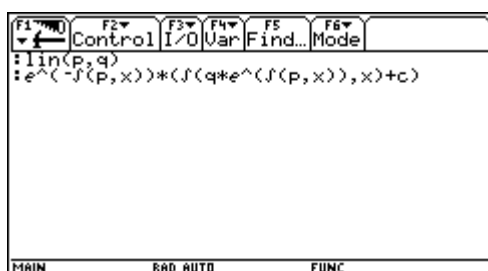
ciencias. Es en éstos cursos en donde puede dársele una mayor utilidad a éste y a similares programas, por cuanto la parte operativa de la solución de la ecuación diferencial, es decir, el cálculo de integrales, cambio de variables etc., no es relevante para el análisis del problema y es precisamente ese cómputo el que le toma mayor tiempo al estudiante, haciéndole creer que lo importante es la solución y no su análisis.

Materiales y métodos.

El programa EDOPO (Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer Orden) escrito para la calculadora TI92 y compatibles, consta de varias funciones que permiten solucionar ciertas ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

Estas funciones se integran en un programa el cual, bajo un ambiente de ventanas e instrucciones sencillas, permite hallar la solución de ecuaciones diferenciales siempre y cuando el usuario clasifique la ecuación dentro de alguna de las posibles categorías establecidas en el programa.

Las funciones se escriben usando el CAS Derive el cual está integrado a la calculadora. Un ejemplo de una función en el programa es el siguiente:



el cual soluciona una ecuación diferencial lineal de primer orden

$$y' + p(x)y = q(x).$$

Note que la definición de esta función no es más que la forma usual de solucionar una ecuación de ese tipo.

Veamos un ejemplo típico (Nagle R. y Snider A., 2001) para ilustrar una forma de usar el programa.

Ejemplo 1. La corriente sanguínea lleva un medicamento hacia el interior de un órgano a razón de $3 \text{ cm}^3 / \text{seg}$ y sale de él a la misma velocidad. El órgano tiene un volumen

liquido de 125 cm^3 . Si la concentración del medicamento en la sangre que entra en el órgano es de 0.2 g/cm^3 , ¿Cuál es la concentración del medicamento en el órgano en el instante t si inicialmente no había vestigio alguno del medicamento?.

Solución: Calculemos inicialmente $c(t)$ = la cantidad del medicamento presente en el órgano en el tiempo t . Para esto consideremos la variación de medicamento en el órgano en el tiempo t :

$$\frac{dc(t)}{dt}$$

Sabemos que esta variación está dada por la diferencia entre la cantidad de medicamento que entra por unidad de tiempo y la cantidad de medicamento que sale por unidad de tiempo, es decir,

$$\frac{dc(t)}{dt} = \text{cantidad de medicamento que entra} - \text{cantidad de medicamento que sale}$$

por unidad de tiempo.

La cantidad de medicamento que entra al órgano por unidad de tiempo es

$$0.2 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \times 3 \frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}$$

mientras que la cantidad de medicamento que sale es

$$\frac{c(t) \text{ gr}}{125 \text{ cm}^3} \times 3 \frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}$$

Es decir, vamos a solucionar la ecuación diferencial

$$\frac{dc(t)}{dt} = 0.2 \times 3 \frac{\text{gr}}{\text{seg}} - \frac{c(t)}{125} \times 3 \frac{\text{gr}}{\text{seg}}$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = 0.6 \frac{\text{gr}}{\text{seg}} - \frac{3c(t)}{125} \frac{\text{gr}}{\text{seg}}$$

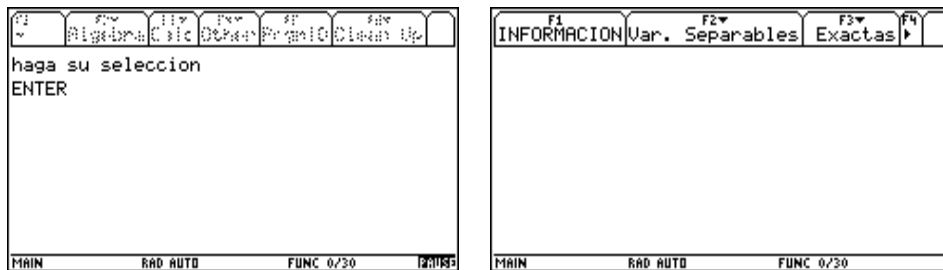
con condición inicial $c(0) = 0$, la cual el estudiante la puede clasificar como una ecuación diferencial lineal ó separable.

Solución usando la calculadora TI92.

Seleccionamos el programa **edopo**



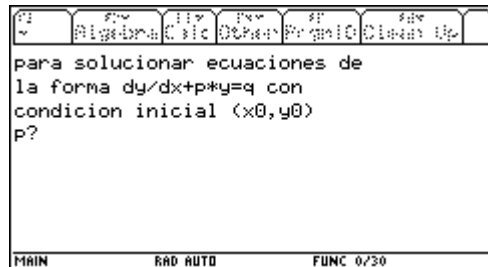
siga las instrucciones de la pantalla:



Observe el menú en la parte superior. Existen diversas opciones dependiendo del tipo de ecuación a solucionar. En este caso, vamos a solucionarla esta ecuación como ecuación lineal, por lo tanto tomamos la alternativa F4 ó movemos el cursor con las flechas laterales.



Seleccionamos ahora la alternativa 3 y damos enter:



y en nuestro ejemplo tenemos:

$$y(t) = c(t)$$

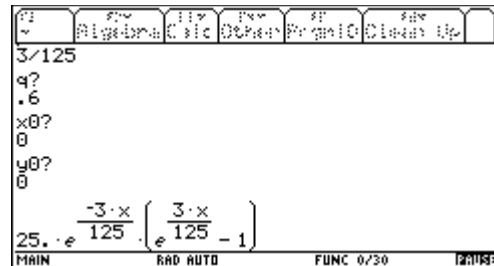
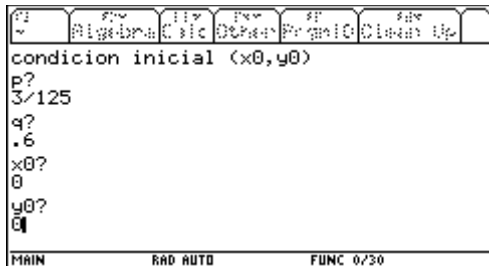
$$x = t$$

$$p(t) = \frac{3}{125}$$

$$q = 0.6$$

$$(x_0, y_0) = (0, 0)$$

y procedemos a ingresar estos valores, dando enter al final:



De esta forma la solución será:

$$c(t) = 25 - 25e^{\frac{-3t}{125}}.$$

Volviendo a la pregunta del ejemplo tenemos que concluir que la concentración del medicamento en el órgano en el instante t es de:

$$C(t) = 0.2 \left(1 - e^{\frac{-3t}{125}} \right).$$

El programa también soluciona los problemas tradicionales (Zill D., 1997) que podemos encontrar en cualquier texto de ecuaciones diferenciales.

Ejemplo 2: Solo para ilustrar las capacidades del programa vamos a solucionar la siguiente ecuación.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4}{x^2} - \frac{1}{x}y + y^2$$

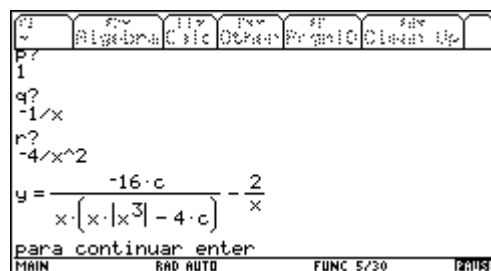
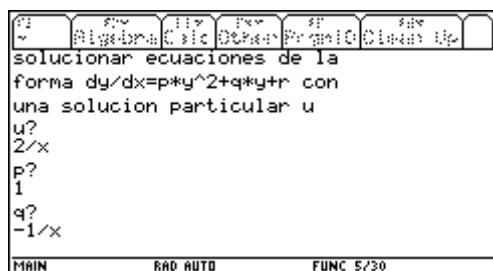
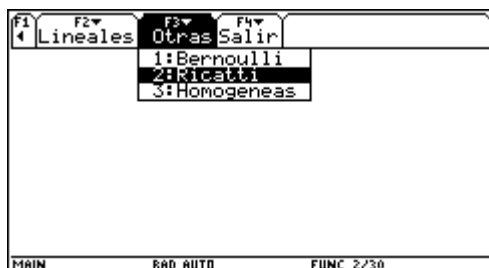
sabiendo que

$$y_1 = \frac{2}{x}$$

es una solución conocida de la ecuación.

Claramente esta ecuación es de Ricatti y la solucionamos así:

Seleccionamos en el menú la opción Ricatti y seguimos las instrucciones:



y vemos que la solución se puede expresar como

$$y = \frac{-16c}{x^5 - 4xc} - \frac{2}{x}.$$

Conclusiones

El programa EDOPO sirve para agilizar el desarrollo y solución de algunos problemas de los cursos de ciencias , para realizar la generalidad de los cálculos suelen tomar la mayor parte del tiempo del curso, utilizando la calculadora programable (CP) TI92

El estudiante se dedica principalmente a modelar los problemas planteados, formulando una ecuación diferencial y una vez él la reconozca, la calculadora le ayuda a encontrar la solución.

Este programa se puede usar en combinación con las otras rutinas que vienen incluidas en la calculadora para la solución de ecuaciones diferenciales, como por ejemplo deSolve.

Bibliografía

Maiboroda V., Maksimova S. and Orlik Y. 1988. Solutions of chemical problems with microcalculators. University Press, Minsk, Belarus (In Russian), Chemical Abstracts V 110, Ref. 56658, 1989.

Formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Memorias de Seminario nacional . Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, 2002
Nagle R., Saff E. y Snider A. 2001. Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera. Editorial Pearson, tercera edición.

Texas Instruments. 1998. TI-92 Guidebook.

Zill D. 1997. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamérica, tercera edición.

Received 5.05.2002, accepted 6.09.2002